

Ministerio de Hacienda

Serie de Documentos de Investigación

Modelo de factores dinámicos para
pronósticos de la actividad
económica en tiempo real

Jaime Ariel Pérez

Dirección General de Análisis y Política Fiscal

Paola Brens

Dirección General de Análisis y Política Fiscal

Noviembre 2018

Santo Domingo, República Dominicana



Modelo de Factores Dinámicos para Pronósticos de la Actividad Económica en Tiempo Real

Jaime Perez y Paola Brens *

*Departamento de Política Fiscal, Dirección General de Análisis y Política Fiscal,
Ministerio de Hacienda*

E-mail: japerez@hacienda.gob.do; pbrens@hacienda.gob.do

Resumen

La política fiscal juega un rol fundamental en la estabilización/desestabilización de los ciclos económicos. Para poder reaccionar de forma oportuna y coherente, se requiere información certera sobre la trayectoria de corto plazo de la actividad económica. Por tanto, es necesario que el Ministerio de Hacienda cuente con herramientas de proyección que permitan cumplir su labor. La información precisa y oportuna sobre el estado actual de la actividad económica es un requisito importante para el proceso de formulación de la política fiscal. Debido a esto, se desarrolla un modelo de factores dinámico que sirve para hacer pronósticos de corto plazo del crecimiento de la actividad económica en tiempo real. Con este modelo, se calcula un índice que puede ser interpretado como el ciclo económico, el cual utiliza información coincidente de variables históricamente asociadas con la actividad como las ventas por sectores de origen, el salario real, los ingresos tributarios, el gasto de capital, las importaciones y las exportaciones, así como una encuesta de opinión que captura las expectativas de los industriales.

I. Introducción

La información precisa y oportuna sobre el estado actual de la actividad económica es un requisito importante para el proceso de formulación de la política fiscal. En la República Dominicana el Banco Central construye un indicador mensual de actividad económica (IMAE) el cual es publicado, en promedio, 35 días luego de finalizar el mes en cuestión. Además, en ocasiones, el mismo puede presentar rezagos en su publicación ¹. Debido a esto, es necesario construir un modelo de proyecciones de corto plazo del crecimiento económico que permita a las autoridades fiscales extraer señales sobre la actividad de forma oportuna, retroalimentando la toma de decisiones de política fiscal. Específicamente, se desarrolla una herramienta que utiliza información coyuntural mensual que está disponible antes del lanzamiento del IMAE.

La literatura académica hace referencia a diversas metodologías para el pronóstico de corto plazo de tasas de crecimiento de la actividad económica. Recientemente el enfoque más utilizado consiste en modelos de factores dinámicos. Esta técnica posee la ventaja de que utiliza indicadores económicos para su proyección, permitiendo una descomposición factorial de la serie. De igual forma, permite la utilización de diferentes cortes de data, permitiendo inferir la tasa de crecimiento en tiempo real con un indicador común que es la suma ponderada de los indicadores económicos utilizados. Siguiendo a los autores Stock y Watson (1991), quienes han popularizado este enfoque de para proyectar tasas de crecimiento en el corto plazo, este documento asume que existe una variable no observable que guía la dinámica de un conjunto de series económicas. Dicho supuesto es coherente con lo establecido por Lucas (1977), quien afirmó que el ciclo económico refleja un movimiento común entre un gran número de series económicas.

¹Este caso particular se evidenció en el segundo semestre de 2017, en donde el IMAE correspondiente al mes de julio de 2017 se publicó 60 días después de finalizar dicho mes.

En este trabajo se construye un modelo que permite inferir el IMAE en tiempo real. Si bien el mismo se basa en la investigación pionera de Stock y Watson (1991), se introducen las bondades provistas en el estudio de Camacho Quiroz (2008). Estos últimos autores abordan problemas particulares que presentan los datos de alta frecuencia, específicamente, utilizan una herramienta que permite completar las series faltantes (por rezagos en su publicación) e introducen indicadores suaves (provenientes de encuestas de coyuntura). Esta herramienta se basa en el Filtro de Kalman ², el cual es un algoritmo que extraer de una serie la información requerida (señal), ignorando los componentes cíclicos de la serie. Otra de las ventajas que refleja el modelo propuesto es que permite evaluar cómo cambian los pronósticos a medida que se obtiene nueva información, ya sea por la actualización y/o revisión de los indicadores que sirven de insumo para inferir el factor común.³

El resto del documento está distribuido de la siguiente forma: la sección II contiene la revisión de la literatura; la sección III describe en detalle la metodología utilizada; la sección IV presenta los datos y el tamaño de las series; la sección V presenta los resultados; por último, se concluye y se sugieren futuras extensiones.

²(Kalman 1960)

³Usualmente al conjunto de información disponible en cada período se le conoce como “data vintage”, pues la misma puede ir cambiando en el mismo mes a medida que se publican o revisan las series de datos.

II. Revisión de la Literatura

Los modelos de factores dinámicos fueron propuestos por Geweke (1977), inspirado en el uso de los mismos para datos de corte transversal. Asimismo, los autores Sargent y Sims (1977) demostraron que dos factores explicaban una alta fracción de la varianza de importantes variables macroeconómicas, tales como el PIB, Precios y Empleo. El modelaje de la actividad económica mediante el uso de factores dinámicos inicia con los autores Stock y Watson (1991). El principal supuesto de su modelo es que existe una variable no observable que es común para las series de tiempo macroeconómicas. El estudio utiliza datos mensuales de Estados Unidos desde 1959 a 1987 de producción industrial, ingreso real privado, ventas del comercio y manufactura y empleo en sectores no-agrícolas. Sus resultados mostraron que la variable no observada se encontraba altamente correlacionada con la serie oficial publicada por el Departamento de Comercio.

Siguiendo esta línea de estudio, Mariano y Murasawa (2003) extienden el estudio para Estados Unidos utilizando datos de distintas frecuencias. En su trabajo combinan el PIB Real trimestral con indicadores mensuales relacionados al ciclo económico⁴. Para esto, emplearon el análisis denominado como factor de máxima verosimilitud, el cual trata a las series trimestrales como series mensuales con datos faltantes. Estos datos faltantes se reemplazan con observaciones aleatorias y con una distribución independiente a la seguida por los parámetros del modelo.

Por otro lado, Camacho Quiroz (2008) plantean un modelo de predicción de corto plazo del crecimiento del PIB de la zona del euro en tiempo real. Los autores se basan en el modelo original de factores dinámicos de Stock y Watson pero utilizan series de distintas frecuencias al igual que Mariano y Murasawa. Adicionalmente, utilizan el Filtro de Kalman para com-

⁴Se incluyen como indicadores mensuales: Cantidad de empleados en nóminas no agrícolas; ingresos personales; índice de producción industrial; y ventas de manufactura y comercio.

pletar las series cortas con los datos faltantes hacia atrás. Para la evaluación del pronóstico, construyeron un conjunto de datos en tiempo real que cambia para cada fecha e incluye la información exacta que estaba disponible en el momento de cada pronóstico. Este modelo se actualiza cuando hay nueva información disponible y por tanto permite medir los efectos de los nuevos datos en las proyecciones de crecimiento del PIB.

Partiendo del estudio anterior, Camacho y Quiroz (2010) desarrollan un modelo de factores que proyecta el crecimiento del PIB de España en el corto plazo. Con este modelo, calculan un índice que refleja el ciclo económico, el cual funciona bien como un indicador de la evolución económica reciente en España. Adicionalmente, el modelo exhibe un buen rendimiento en anticipar la desaceleración de la economía española en 2009.

En 2011, Camacho y Quiróz replican la metodología de factores dinámicos para varios países de Lationamérica: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Perú. El autor crea indicadores de crecimiento para estas economías, los cuales están muy correlacionados con los indicadores de actividad más importantes de cada país (como el IMACEC para Chile, y el EMAE para Argentina).

Para República Dominicana, Paredes et al (2015) construye un modelo de factores dinámicos con variables de distintas frecuencias y número de observaciones, siguiendo lo propuesto por Camacho Quiroz (2008). Dicho modelo permite realizar proyecciones de corto plazo del PIB trimestral utilizando datos con periodicidad mensual. En cuanto a los datos empleados, figura el PIB, las importaciones, exportaciones, Índice de Confianza Industrial, remesas, crédito al sector privado, ventas de la DGII, ventas de cemento y varillas y el consumo en tarjetas de crédito. Por último, el autor muestra cómo cambian las proyecciones de crecimiento del PIB a corto plazo, en la medida en que un dato es publicado.

III. Metodología

El enfoque utilizado para proyectar la actividad económica en tiempo real se basa la investigación pionera de Stock y Watson (1991) y ampl´a con las extensiones realizadas por Camacho y Quiroz (2008). En particular, se emplea el Filtro de Kalman⁵ para completar las series cortas con los datos faltantes hacia y se introducen indicadores suaves. Adicionalmente, se realiza una innovaci3n pues para obtener la proyecci3n de corto plazo del IMAE se estiman tres modelos distintos con diferentes supuestos en la dinámica del componente com3n y de cada componente idiosincrático.

El principal supuesto del modelo es que existe un componente com3n (F_t) que refleja los choques comunes entre las series (x_t) y un componente idiosincrático ($u_{i,t}$) que a su vez muestra la dinámica particular de cada indicador. Específicamente, se plantea el siguiente modelo:

$$x_{i,t} = \beta_{i,1}F_t + u_{i,t} \tag{1}$$

En d3nde:

$x_{i,t}$ = es cada serie i incluida

β_i = es el factor de carga i de la variable en cuesti3n

F_t = componente com3n de las series

$u_{i,t}$ = omponente idiosincrático de serie i

En el primer modelo, para estimar la dinámica del factor com3n y de cada componente idiosincrático se asume que el mismo un proceso autorregresivo de orden dos (AR(2)), representado de la forma:

⁵Kalman (1960)

$$F_t = \alpha_1 F_{t-1} + \alpha_2 F_{t-2} + e_t \quad (2)$$

$$u_{i,t} = \delta_{i,1} u_{i,t-1} + \delta_{i,2} u_{i,t-2} + \epsilon_{i,t} \quad (3)$$

En el segundo modelo estimado, se asume que siguen un proceso autorregresivo de orden uno (AR(1)):

$$F_t = \alpha_1 F_{t-1} + e_t \quad (4)$$

$$u_{i,t} = \delta_{i,1} u_{i,t-1} + \epsilon_{i,t} \quad (5)$$

Por último, para el tercer caso, se asume un proceso autorregresivo y de medias móviles de orden uno (ARMA(1,1)), lo que implica que también las variables de interés i dependen de sus rezagos. Esto se expresa formalmente como:

$$x_{i,t} = \beta_{i,1} F_t + \beta_{i,2} x_{t-1} + u_{i,t} \quad (6)$$

$$F_t = \alpha_1 F_{t-1} + e_t \quad (7)$$

$$u_{i,t} = \delta_{i,1} u_{i,t-1} + \epsilon_{i,t} \quad (8)$$

Note que para cada caso se asume que los shocks no están correlacionados entre sí.

En lo que respecta a la estimación de los parámetros y varianzas de los choques del modelo, se utiliza la estrategia de máxima verosimilitud, utilizando el algoritmo del filtro de Kalman.

Esta herramienta emplea una metodología recursiva que permite estimar los parámetros desconocidos en presencia de variables no observables, las cuales son también inferidas en el algoritmo. A estas variables usualmente se les conoce como estados. De esta manera, resultan los denominados factores de carga de las ecuaciones, β_i , las cuales explican en qué porcentaje la variación de cada variable observable puede explicar el crecimiento del factor común. Estos factores de carga son empleados finalmente para estimar el IMAE.

El problema de datos faltantes es abordado mediante el enfoque de Mariano y Murasawa (2003) en donde se sustituyen los datos no disponibles por valores aleatorios en donde su distribución es independiente de la de los parámetros del modelo y por tanto no afecta en su estimación.

i. Datos

Para la selección de las variables del modelo se parte de la literatura económica y de lo propuesto por Camacho y Quiroz (2008). Los indicadores seleccionados capturan la actividad económica por el lado de la demanda, oferta, sector externo, sector fiscal y algunos indicadores de ingreso. Si bien se probaron otro set de indicadores, los mismos no pasaron los criterios de selección sugeridos por Quiroz y Camacho (2008):

1. La data disponible de la serie debe al menos poseer un cuarto total de la muestra utilizada.
2. Los factores de carga deben ser significativos y no reducir significativamente la proporción de la varianza del IMAE explicada por el componente común ⁶.

⁶Se excluyeron por este criterio el gasto corriente excluyendo transferencias al eléctrico, balance primario, consumo tarjeta de crédito, remesas, llegada de turistas, préstamos por destino.

Las variables seleccionadas para el modelo fueron: las importaciones, exportaciones, índice de confianza industrial, salarios reales, ingresos tributarios, gasto de capital y una selección de la desagregación de operaciones totales del ITBIS por actividad económica. Con respecto al sector fiscal, a los ingresos se le extraen las operaciones no recurrentes.

Adicionalmente, al gasto de capital desestacionalizado, se le identificaron y sustituyeron valores atípicos con el fin de no afectar los resultados posteriores utilizando el método de Belsley, Kuh y Welsch (1980):

$$h_i = \frac{1}{n} + \frac{(z_i - \bar{z}_i)}{(n_i - 1)S^2} \quad (9)$$

En dónde n_i es el número de observaciones, s^2 es la varianza, \bar{z} es la media de la variable z . Mientras más se aleje la observación i de su media, mayor es el peso h . A su vez, este peso se ve atenuado por el tamaño de la muestra y de la varianza.

Para determinar cuándo el valor de un peso tiene el potencial de influenciar sustancialmente el análisis, se utiliza una regla general como parámetro: $h = \frac{2}{n}$. Por tanto, las observaciones sustituidas satisfacen: $h_i > \frac{2}{n}$. Los valores superiores a esta métrica fueron sustituidos por el promedio de los últimos doce meses de la misma variable.

Para la selección de las operaciones dentro del total de ventas del ITBIS, se utilizó el coeficiente de correlación del crecimiento interanual de las operaciones de venta con el crecimiento de la actividad económica por sector de origen, seleccionando aquellas que se ubicaban por encima de 0.50. Asimismo, se consideró aquellas con una importancia relativa en la incidencia del crecimiento de las operaciones de venta o en la actividad real. En este sentido, las variables incluidas para el análisis fueron: manufactura, comercio y explotación de minas y canteras, hoteles, bares y restaurantes, construcción y transporte y almacenamiento.

Cuadro 1: Correlación del crecimiento interanual de las operaciones de venta con el crecimiento de la actividad económica por sector de origen (Promedio 2007Q1 – 2018Q2)

Sector de Origen	Coefficiente de Correlación
Agropecuaria	0.00
Industrias	0.51
Construcción	0.32
Explotación de Minas y Canteras	0.71
Manufactura	0.80
Servicios	0.55
Administración Pública	0.43
Alquiler de Viviendas	0.29
Comercio	0.73
Comunicaciones	0.26
Electricidad, Gas y Agua	0.07
Hoteles, Bares y Restaurantes	0.46
Intermediación Financiera	0.00
Otros Servicios	0.24
Servicios de Enseñanza	0.01
Servicios de Salud	0.31
Transporte y Almacenamiento	0.29
Total	0.52

Fuente: Elaboración propia con datos del BCRD, DGII.

No obstante, tras el proceso de estimación, sólo se incluyeron aquellas series que resultados significativas, las cuales fueron: manufactura, comercio, construcción y transporte y almacenamiento. De mismo modo se intentó un ejercicio adicional de redefinir una serie que representara el restante de las ventas, construida por diferencia, no obstante, su aporte al modelo no fue significativo y por ende también fue excluida del conjunto de variables.

El cuadro 2 muestra el periodo de inicio de cada serie así como la transformación realizada para incorporar a la estimación.

Cuadro 2: Variables utilizadas en el modelo

Variable	Periodo Inicio	Transformación
IMAE Original	Enero 1992	TCA
Índice de Confianza Industrial	Julio 2006	Niveles
Gasto de Capital	Enero 2008	TCA
Ventas Construcción	Enero 2008	TCA
Ventas Manufactura	Enero 2008	TCA
Ventas Comercio	Enero 2008	TCA
Ventas Transporte	Enero 2008	TCA
Importaciones	Enero 2007	TCA
Exportaciones	Enero 2007	TCA
Salario Real Cotizable	Julio 2004	TCA
Ingresos Tributarios	Enero 1993	TCA

Fuente: Elaboración propia.

IV. Resultados

i. Dentro de muestra

El modelo se estima desde 1991 hasta agosto 2018. Las series con datos faltantes se completan de acuerdo a la metodología previamente presentada. los factores de carga de las variables presentan el signo esperado. Por un lado, las variables con mayor ponderación son Ventas de Manufactura (64.7), Ventas de Comercio (52.7), Importaciones (45.8) y Ventas de Transporte (43.6) respectivamente. Por otro lado, la menor ponderación corresponde a salario (-1.9). Tal como es esperado, los factores de carga reflejan que los indicadores duros (exportaciones, ventas, importaciones), poseen una mayor ponderación que los indicadores suaves (salarios, ingresos tributarios).

Cuadro 3: Factores de Cargas Identificados en el Modelo

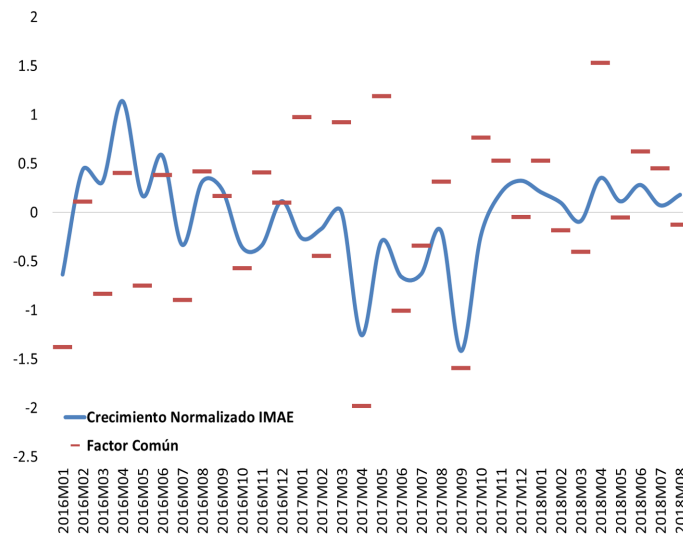
Variable	Factores de Carga
Ventas Manufactura (real)	64.7 (9.80)
Ventas Comercio (real)	52.7 (9.47)
Ventas Transporte (real)	43.6 (4.60)
Ventas Construcción (real)	28.6 (2.53)
Importaciones (real)	45.8 (6.96)
IMAE Original	48.2 (7.17)
Exportaciones (real)	39.9 (3.80)
Ingresos Tributarios (real)	35.0 (4.46)
Índice de Confianza Industrial	25.6 (2.45)
Gasto de Capital (real)	21.2 (1.70)
Salario Cotizable (real)	-1.9 (-0.42)

* Valor entre paréntesis corresponde al Z-statistic

* La variable Salarios no es significativa, sin embargo la literatura la identifica como una variable de interés. Fuente: Elaboración propia.

La figura 1 presenta el factor común inferido por el modelo y la serie original del IMAE. Tal como es previsto, se puede observar que el factor común y el IMAE tienen la misma dinámica. En otras palabras, el indicador común refleja tanto las expansiones como recesiones de la actividad económica de forma coincidente. Un criterio que es útil para resumir la relevancia del factor común, es qué porcentaje de la varianza del crecimiento del IMAE es explicado por el factor. En este modelo, el factor explica el 60% de la varianza del crecimiento del IMAE.

Figura 1: Factor Común vs IMAE
20016M01-2018M08



Fuente: Elaboración propia

ii. Fuera de muestra

Para las proyecciones fuera de la muestra se evalúa el periodo de enero 2016 hasta julio 2018. Se realizan proyecciones de un horizonte, es decir, a un paso, ya que en cada iteración se pronostica un mes hacia adelante, el cual utiliza datos disponibles hasta el tiempo t. En la práctica, en cada pronóstico se realizan dos cortes de la información. El primer corte utiliza información de ingresos, gastos, importaciones, exportaciones, salario real y el ICI.

En este caso, estos datos se encuentran disponibles en el horizonte relevante para pronosticar el IMAE. El segundo corte incorpora las ventas. De acuerdo a la metodología prevista en este estudio, se utilizan 3 distintos modelos para las proyecciones.

Utilizando la raíz del error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en inglés) ⁷, los resultados comprueban que el promedio es el mejor modelo para las proyecciones. Adicionalmente, los resultados confirman que a medida en que se incorpora más información mejora el desempeño del pronóstico del IMAE en tiempo real.

Cuadro 4: Prueba de Error Cuadrático Medio

Indicador	RMSE	RMSE
Modelo	1: Excluyendo Ventas	2: Completo
MA(1)	1.63	1.44
ARMA(111)	1.44	1.38
MA(2)	1.58	1.39
Promedio	1.55	1.40

Fuente: Elaboración propia.

De igual forma, se comparan los resultados de los modelos promedios, en sus distintos cortes de fecha, con modelo autorregresivo de orden 1 y un modelo autorregresivo óptimo ⁸. En el cuadro 5 se comprueba que el modelo sugerido es el mejor para proyecciones de crecimiento de corto plazo.

Cuadro 5: Prueba de Error Cuadrático Medio Modelo vs Modelo Autorregresivos

Modelo	RMSE
Nowcasting Primer Vintage	1.55
Nowcasting Segundo Vintage*	1.40
AR(1)	2.11
AR Optimo	1.78

* Incluye información de ventas

Fuente: Elaboración propia.

⁷El RSME es una medida de la distribución de los errores de predicción (residuos) se interpreta como la distancia de las proyecciones con el resultado actual.

⁸Se refiere al modelo escogido por máxima verosimilitud que minimice el criterio de AKAIKE

La prueba de Diebold-Mariano permite llegar a la conclusión de no se rechaza la hipótesis nula de que los modelos de pronóstico poseen el mismo nivel de precisión predictiva. Por tanto, la elección del mejor modelo queda a discreción del investigador y la teoría económica. Debido a esto y a que se evidencian ganancias al combinar los modelos, se elige el promedio de los mismos.

Cuadro 6: Diebold- Mariano Test

Modelos	1: Excluyendo Ventas	2: Completo	Promedio
$d_{promedio}$	0.44	0.09	0.27
S_d	0.96	0.72	0.72
S	0.45	0.13	0.37
$t - statistic(25, 0, 1)$	1.32		
Conclusión	No se rechaza la hipótesis nula		

Fuente: Elaboración propia.

Por último, debido a que en todo ejercicio de proyección existe incertidumbre asociada a los choques que pueden afectar la trayectoria de las variables, la metodología propuesta incorpora un ejercicio de Bootstrap. Esta metodología consiste en generar N muestras de T observaciones de los errores del modelo y a partir de estos errores proyectar N sendas (de T períodos) de posibles valores para el IMAE, donde N representa la cantidad de iteraciones del muestreo. De acuerdo a esto, se construye un fan chart para exhibir los grados de incertidumbre asociados a la proyección base obtenida por el promedio de los tres modelos. En este sentido, se muestra un rango con diferentes grados de probabilidad sobre los cuales se ubicaría el IMAE en los próximos meses. Esto es importante debido a que informa al hacedor de políticas los valores más probables sobre los cuales se encuentra la senda de pronóstico base.

V. Conclusión

La política fiscal juega un rol fundamental en la estabilización/desestabilización de los ciclos económicos. Para poder reaccionar de forma oportuna y coherente, se requiere información certera sobre la trayectoria de corto plazo de la actividad económica. Por tanto, es necesario que el Ministerio de Hacienda cuente con herramientas de proyección que permitan cumplir su labor. En este sentido, el objetivo de la investigación es la construcción de un modelo de proyecciones de corto plazo del crecimiento económico que permita a las autoridades fiscales tomar decisiones de política fiscal de manera oportuna, contrarrestar el retraso en la publicación que presenta el IMAE para proveer información oportuna del estado de la economía y utilizar toda la información de los indicadores disponible en cada momento del tiempo. Para esto se utilizó, un modelo dinámico de factores para calcular pronósticos a corto plazo del crecimiento del IMAE en tiempo real.

Entre las bondades del modelo, se encuentra la capacidad de analizar los cambios en los pronósticos de crecimiento a medida que hay disponibilidad de nueva información. En este sentido, se puede ver el peso relativo que posee cada variable explicativa, en la dinámica del IMAE, para cada corte de publicación. Lo cual a su vez significa, que al momento de obtener nueva información sobre las variables exógenas, las proyecciones de crecimiento del IMAE cambian. Sin embargo, se muestra que si bien el desempeño mejora en la medida en que se completa el conjunto de información, las proyecciones son más certeras al contrastar con otros modelos comúnmente utilizados en la literatura. En una futura publicación, se espera incorporar variables de frecuencia trimestral relevantes para el comportamiento de la economía dominicana.

VI. Referencias

- Belsley, D. A., Kuh, E., y Welsch, R. E. 1980. *Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity*”, New York: Wiley.
- Camacho, M., y Pérez-Quiros, G. 2008. *Introducing the Euro-STING: Short Term Indicator of Euro Area Growth*”, Banco de España Working Paper No.0807.
- Camacho, M. y Pérez-Quiroz, G. 2010. *Spain-STING: Spain Short Term Indicator of Growth*”, Máximo Camacho. 79.10.1111/j.1467-9957.2010.02212.
- Camacho, M. y Pérez-Quiroz, G. 2011. *Latin STINGS: Indicadores de Crecimiento a Corto Plazo de los países de América Latina*”, Serie Macroeconomía del Desarrollo 108, Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), División de Desarrollo Económico, Santiago de Chile.
- Geweke, J., 1977. *The Dynamic Factor Analysis of Economic Time Series*”. Amsterdam.
- Kalman, R. Emil. 1960. *textit.^A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems* ,Journal of Basic Engineering Series D, pages 35-45.
- Lucas, E. Robert, Jr. 1997. *Understanding business cycles*”,Carnegie-Rochester Conference Series de Políticas Públicas, 1977, vol. 5, issue 1, 7-29.
- Mariano, R., y Murasawa, Y. 2003. *.^A new coincident index os business cycles based on monthly and quarterly series*”. Journal of Applied Econometrics 18, pages 427-443.
- Paredes, E. Hawa, N. y Polanco, J. 2015. *Índice Adelantado del Ciclo Económico para República Dominicana*”, Banco Central de la República Dominicana, Doc. Trabajo 15-03
- Sargents, T., y Sims, C., (1977). *Business Cycle Modelling Without Pretending*”. Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Stock, J., y Watson, M. 1991. *Probability model of the coincident economic indicators. In Leading Economic Indicators: New Approaches and Forecasting Records*”, Cambridge University Press.